

Bài 1: (2 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $2x^2 - x - 3 = 0$

b) $\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$

c) $x^4 + x^2 - 12 = 0$

d) $x^2 - 2\sqrt{2}x - 7 = 0$

Bài 2: (1,5 điểm)

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng (D): $y = -\frac{1}{2}x + 2$ trên cùng

một hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (D) ở câu trên bằng phép tính.

Bài 3: (1,5 điểm)

Thu gọn các biểu thức sau:

$$A = \frac{1}{x + \sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}}{x-1} - \frac{1}{x - \sqrt{x}} \quad \text{với } x > 0; x \neq 1$$

$$B = (2 - \sqrt{3})\sqrt{26 + 15\sqrt{3}} - (2 + \sqrt{3})\sqrt{26 - 15\sqrt{3}}$$

Bài 4: (1,5 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ (x là ẩn số)

a) Chứng minh rằng phương trình luôn luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m.

b) Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình.

Tìm m để biểu thức $M = \frac{-24}{x_1^2 + x_2^2 - 6x_1x_2}$ đạt giá trị nhỏ nhất

Bài 5: (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) có tâm O và điểm M nằm ngoài đường tròn (O). Đường thẳng MO cắt (O) tại E và F (ME < MF). Vẽ cát tuyến MAB và tiếp tuyến MC của (O) (C là tiếp điểm, A nằm giữa hai điểm M và B, A và C nằm khác phía đối với đường thẳng MO).

a) Chứng minh rằng $MA \cdot MB = ME \cdot MF$

b) Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm C lên đường thẳng MO. Chứng minh tứ giác AHOB nội tiếp.

c) Trên nửa mặt phẳng bờ OM có chứa điểm A, vẽ nửa đường tròn đường kính MF; nửa đường tròn này cắt tiếp tuyến tại E của (O) ở K. Gọi S là giao điểm của hai đường thẳng CO và KF. Chứng minh rằng đường thẳng MS vuông góc với đường thẳng KC.

d) Gọi P và Q lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp các tam giác EFS và ABS và T là trung điểm của KS. Chứng minh ba điểm P, Q, T thẳng hàng.

Bài 1: (2 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $2x^2 - x - 3 = 0$ (a)

Vì phương trình (a) có $a - b + c = 0$ nên

$$(a) \Leftrightarrow x = -1 \text{ hay } x = \frac{3}{2}$$

b)
$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 & (1) \\ 3x + 2y = 4 & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 7 & (1) \\ x + 5y = -3 & (3) \quad ((2) - (1)) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -13y = 13 & ((1) - 2(3)) \\ x + 5y = -3 & (3) \quad ((2) - (1)) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

c) $x^4 + x^2 - 12 = 0$ (C)

Đặt $u = x^2 \geq 0$, phương trình thành: $u^2 + u - 12 = 0$ (*)

$$(*) \text{ có } \Delta = 49 \text{ nên } (*) \Leftrightarrow u = \frac{-1+7}{2} = 3 \text{ hay } u = \frac{-1-7}{2} = -4 \text{ (loại)}$$

Do đó, (C) $\Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$

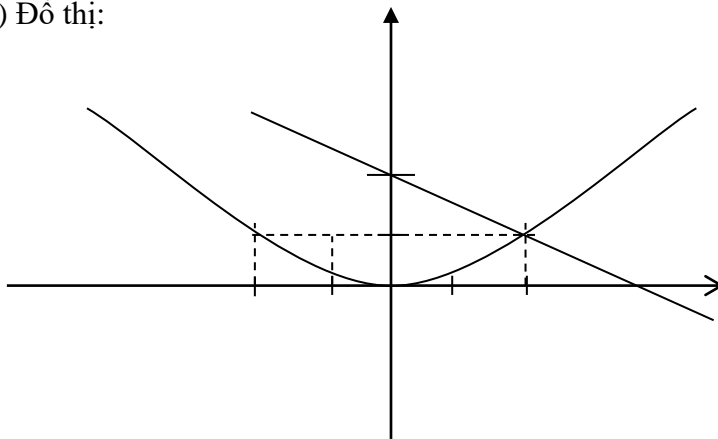
Cách khác: (C) $\Leftrightarrow (x^2 - 3)(x^2 + 4) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$

d) $x^2 - 2\sqrt{2}x - 7 = 0$ (d)

$\Delta' = 2 + 7 = 9$ do đó (d) $\Leftrightarrow x = \sqrt{2} \pm 3$

Bài 2:

a) Đồ thị:

Lưu ý: (P) đi qua $O(0;0)$, $(\pm 2; 1)$, $(\pm 4; 4)$ (D) đi qua $(-4; 4)$, $(2; 1)$

b) PT hoành độ giao điểm của (P) và (D) là

$$\frac{1}{4}x^2 = -\frac{1}{2}x + 2 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = -4 \text{ hay } x = 2$$

$y(-4) = 4, y(2) = 1$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (D) là $(-4;4), (2;1)$.

Bài 3: Thu gọn các biểu thức sau:

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{x+\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}}{x-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} = \frac{x-\sqrt{x}-x-\sqrt{x}}{x^2-x} + \frac{2\sqrt{x}}{x-1} \\
 &= \frac{-2\sqrt{x}}{x(x-1)} + \frac{2\sqrt{x}}{x-1} = \frac{2\sqrt{x}}{x-1} \left[-\frac{1}{x} + 1 \right] = \frac{2\sqrt{x}(x-1)}{x(x-1)} = \frac{2}{\sqrt{x}} \text{ với } x > 0; x \neq 1 \\
 B &= (2-\sqrt{3})\sqrt{26+15\sqrt{3}} - (2+\sqrt{3})\sqrt{26-15\sqrt{3}} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(2-\sqrt{3})\sqrt{52+30\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{2}}(2+\sqrt{3})\sqrt{52-30\sqrt{3}} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(2-\sqrt{3})\sqrt{(3\sqrt{3}+5)^2} - \frac{1}{\sqrt{2}}(2+\sqrt{3})\sqrt{(3\sqrt{3}-5)^2} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(2-\sqrt{3})(3\sqrt{3}+5) - \frac{1}{\sqrt{2}}(2+\sqrt{3})(3\sqrt{3}-5) = \sqrt{2}
 \end{aligned}$$

Câu 4:

a/ Phương trình (1) có $\Delta' = m^2 - 4m + 8 = (m-2)^2 + 4 > 0$ với mọi m nên phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt với mọi m.

b/ Do đó, theo Viet, với mọi m, ta có: $S = -\frac{b}{a} = 2m$; $P = \frac{c}{a} = m-2$

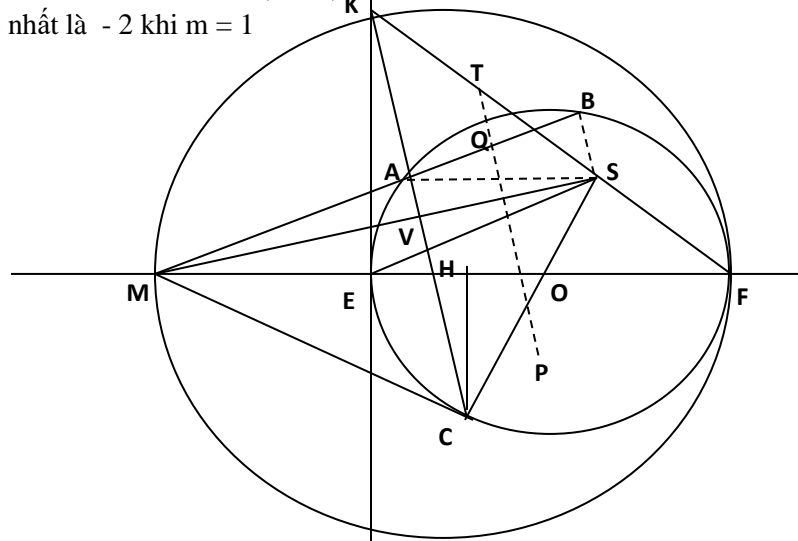
$$M = \frac{-24}{(x_1 + x_2)^2 - 8x_1x_2} = \frac{-24}{4m^2 - 8m + 16} = \frac{-6}{m^2 - 2m + 4}$$

$$= \frac{-6}{(m-1)^2 + 3} \text{ . Khi } m = 1 \text{ ta có } (m-1)^2 + 3 \text{ nhỏ nhất}$$

$$\Rightarrow -M = \frac{6}{(m-1)^2 + 3} \text{ lớn nhất khi } m = 1 \Rightarrow M = \frac{-6}{(m-1)^2 + 3} \text{ nhỏ nhất khi } m = 1$$

Vậy M đạt giá trị nhỏ nhất là -2 khi $m = 1$

Câu 5



- a) Vì ta có do hai tam giác đồng dạng MAE và MBF
 Nên $\frac{MA}{ME} = \frac{MF}{MB} \Rightarrow MA.MB = ME.MF$ (Phương tích của M đối với đường tròn tâm O)
- b) Do hệ thức lượng trong đường tròn ta có $MA.MB = MC^2$, mặt khác hệ thức lượng trong tam giác vuông MCO ta có $MH.MO = MC^2 \Rightarrow MA.MB = MH.MO$ nên tứ giác AHOB nội tiếp trong đường tròn.
- c) Xét tứ giác MKSC nội tiếp trong đường tròn đường kính MS (có hai góc K và C vuông). Vậy ta có : $MK^2 = ME.MF = MC^2$ nên $MK = MC$. Do đó MF chính là đường trung trực của KC nên MS vuông góc với KC tại V.
- d) Do hệ thức lượng trong đường tròn ta có $MA.MB = MV.MS$ của đường tròn tâm Q.
 Tương tự với đường tròn tâm P ta cũng có $MV.MS = ME.MF$ nên PQ vuông góc với MS và là đường trung trực của VS (đường nối hai tâm của hai đường tròn).
 Nên PQ cũng đi qua trung điểm của KS (do định lí trung bình của tam giác SKV).
 Vậy 3 điểm T, Q, P thẳng hàng.

TS. Nguyễn Phú Vinh
 (Trường THPT Vĩnh Viễn – TP.HCM)