

ĐỀ CHÍNH THỨC

**ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM NĂM 2023
Môn thi: TOÁN (CHUNG)**

Câu	Đáp án	Điểm
Bài 1		2,5
a		1,0
	<p>Điều kiện: $x > 0$</p> $A = \frac{x^2 + 8\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x} + 4} + \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{16 - 4x}{\sqrt{x} + 2}$ $= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}^3 + 8)}{\sqrt{x}^2 - 2\sqrt{x} + 4} + \frac{\sqrt{x}(2\sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x}} + \frac{4(2 - \sqrt{x})(2 + \sqrt{x})}{\sqrt{x} + 2}$ $= \sqrt{x}(\sqrt{x} + 2) + 2\sqrt{x} + 1 + 8 - 4\sqrt{x} = x + 9.$	0,5
		0,5
b		1,5
	Cách 1: Sau một giờ, nhiệt độ của khay nước là: $125 - 20\%.125 = 80\%.125 = 100$ (°F).	0,25
	Sau hai giờ, nhiệt độ của khay nước là: $100 - 20\%.100 = 80\%.100 = 80$ (°F).	0,5
	Sau ba giờ, nhiệt độ của khay nước là: $80 - 20\%.80 = 80\%.80 = 64$ (°F).	0,5
	Dễ thấy sau x giờ, với $x > 3$ thì nhiệt độ của khay nước là nhỏ hơn 64 °F (không thỏa mãn). Vậy sau 3 giờ, nhiệt độ nước trong khay chỉ còn là 64 °F.	0,25
	Cách 2: Gọi t ($t > 0$, đơn vị: giờ) là thời gian để sau t giờ đó nhiệt độ nước trong khay chỉ còn là 64 °F. Giả sử x (°F) là nhiệt độ của khay nước khi bắt đầu cho vào tủ đá. Ở trong tủ đá, cứ sau mỗi giờ, nhiệt độ của khay nước lại giảm đi 20%, do đó sau một giờ, nhiệt độ của khay nước là $x - 20\%x = 80\%x$.	0,5
	Sau hai giờ, nhiệt độ của khay nước là: $80\%x - 20\%.80\%x = 80\%x \cdot (1 - 20\%) = (80\%)^2x$. Sau t giờ, nhiệt độ của khay nước là: $(80\%)^t \cdot x$.	0,5
	Với $x = 125$ °F và sau t giờ, nhiệt độ của khay nước là 64 °F, ta có: $(80\%)^t \cdot 125 = 64$ hay $\left(\frac{4}{5}\right)^t = \left(\frac{4}{5}\right)^3$, do đó $t = 3$. Vậy sau 3 giờ, nhiệt độ nước trong khay chỉ còn là 64 °F.	0,5
Bài 2		3,0
a		1,5
	Ta có $\Delta = (2m - 1)^2 + 4(m^2 + 1) = (2m - 1)^2 + 4m^2 + 4 > 0$ với mọi m . Vậy phương trình $x^2 - (2m - 1)x - (m^2 + 1) = 0$ luôn có 2 nghiệm x_1, x_2 với mọi m .	0,5

	<p>Ghi chú: Nếu dùng kết quả $a.c < 0$ nên phương trình luôn có 2 nghiệm x_1, x_2 với mọi m thì vẫn đạt 0,5 điểm.</p>		
	<p>Theo định lí Viét, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 1 \\ x_1 \cdot x_2 = -m^2 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{x_1 + x_2 + 1}{2} \\ x_1 \cdot x_2 = -m^2 - 1 \end{cases}$.</p>	0,5	
	<p>Thay $m = \frac{x_1 + x_2 + 1}{2}$ vào $x_1 x_2 = -(m^2 + 1)$, ta có: $x_1 x_2 = -\frac{(x_1 + x_2 + 1)^2}{4} - 1$.</p> <p>Vậy hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm x_1, x_2 sao cho hệ thức đó không phụ thuộc vào m là:</p> $x_1 x_2 + \frac{(x_1 + x_2 + 1)^2}{4} + 1 = 0.$	0,5	
b		1,5	
	<p>Parabol $(P): y = ax^2 (a \neq 0)$ đi qua $A\left(-1; \frac{1}{2}\right)$ nên $a = \frac{1}{2}$, do đó parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$.</p>	0,25	
	<p>Gọi hoành độ và tung độ của M tương ứng là: x_M, y_M.</p> <p>Ta có $y_M = \frac{1}{2}x_M^2$ và $x_M = 2 y_M$, do đó $2y_M = 4y_M^2$ (*).</p>	0,5	
	<p>Từ (*) ta có $y_M = 0, y_M = \frac{1}{2}$.</p> <p>+) $y_M = 0: x_M = 0$.</p> <p>+) $y_M = \frac{1}{2}: x_M^2 = 1$, tức là $x_M = -1$ hoặc $x_M = 1$.</p>	0,5	
	<p>Các điểm M phải tìm là $M_1(0;0), M_2\left(-1; \frac{1}{2}\right), M_3\left(1; \frac{1}{2}\right)$.</p> <p><i>Ghi chú:</i> Nếu học sinh quan niệm khoảng cách phải là số dương và do đó loại đi điểm $M_1(0;0)$, chỉ kết luận hai điểm còn lại thì vẫn cho điểm đầy đủ.</p>	0,25	
Bài 3		2,5	
a		0,75	
	<p>Gọi K là trung điểm của đoạn AD. Ta có tam giác ABK đều (do $AB = AK = a$ và $\widehat{BAK} = 60^\circ$), suy ra $\widehat{ABK} = 60^\circ$ (1).</p> <p>Tam giác KBD cân tại K và $\widehat{BKD} = 120^\circ$, suy ra $\widehat{KBD} = 30^\circ$ (2).</p> <p>Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{ABD} = 90^\circ$.</p> <p>Vậy tam giác ABD là tam giác vuông.</p>	<div data-bbox="831 1503 1326 1917" data-label="Image"> </div>	0,25
		0,25	

b		1,0
	Do đó $OB \perp AE$ và $OA = OE$, suy ra B là trung điểm của AE .	0,25
	Xét tam giác EAH có B là trung điểm của AE và $BH \parallel AF$ nên H là trung điểm của EF .	0,5
	Suy ra $OH \perp EF$.	0,25
	Tứ giác $BEHO$ có $\widehat{OBE} = \widehat{OHE} = 90^\circ$ nên tứ giác $OBEH$ là tứ giác nội tiếp.	0,25
c		0,75
	Ta có: $\widehat{CHS} = \widehat{BHE}$. Do tứ giác $BEHO$ nội tiếp nên $\widehat{BHE} = \widehat{BOE} = \widehat{BOA} = \widehat{COS}$.	0,5
	Suy ra, $\widehat{SCO} = \widehat{SHO} = 90^\circ$. Vậy SC là tiếp tuyến của đường tròn (O) .	0,25
Bài 4		1,0
	Giả sử tồn tại các số nguyên a, b sao cho $(a + b\sqrt{2023})^2 = 2024 + 2023\sqrt{2023}$.	0,5
	Ta có: $(a + b\sqrt{2023})^2 = 2024 + 2023\sqrt{2023} \Leftrightarrow a^2 + 2023b^2 - 2024 = (2023 - 2ab)\sqrt{2023}$	
	Nếu $2023 - 2ab \neq 0$ thì $\frac{a^2 + 2023b^2 - 2024}{2023 - 2ab} = \sqrt{2023}$ (loại vì $\frac{a^2 + 2023b^2 - 2024}{2023 - 2ab}$ là số hữu tỉ và $\sqrt{2023}$ là số vô tỉ).	0,5
	Do đó $2023 - 2ab = 0$, lại suy ra vô lí vì $2023 - 2ab$ là số lẻ.	
	Vậy không có các số nguyên a, b nào thỏa mãn $(a + b\sqrt{2023})^2 = 2024 + 2023\sqrt{2023}$.	
Bài 5		1,0
	Ta có $P_1(x) = \frac{a(x+1)^2 + b(x+1) + c + a(x-1)^2 + b(x-1) + c}{2} = ax^2 + bx + c + a$.	0,25
	$P_2(x) = \frac{[a(x+1)^2 + b(x+1) + c + a] + [a(x-1)^2 + b(x-1) + c + a]}{2} = ax^2 + bx + c + 2a$.	0,25
	...	
	$P_n(x) = \frac{[a(x+1)^2 + b(x+1) + c + (n-1)a] + [a(x-1)^2 + b(x-1) + c + (n-1)a]}{2}$ $= ax^2 + bx + c + na, \forall n \in \mathbb{N}^*$.	0,25
	Xét phương trình $ax^2 + bx + c + na = 0$, ta có $\Delta = b^2 - 4a(c + na)$.	0,25
	Chọn n nguyên dương và $n > \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$, khi đó $\Delta < 0$, do đó phương trình $ax^2 + bx + c + na = 0$ vô nghiệm.	
	Vậy nếu cứ làm như vậy nhiều lần thì đến một lúc nào đó ta nhận được một đa thức không có nghiệm.	

