

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM NĂM 2023
Môn thi: TOÁN

(Dùng riêng cho thí sinh thi vào lớp chuyên Toán và chuyên Tin học)
Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1. (2,5 điểm)

- a) Chứng minh rằng tích của bốn số nguyên liên tiếp cộng với 1 là bình phương của một số nguyên.
b) Tìm các cặp số nguyên $(x ; y)$ là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2xy - x = 10 \\ x + y + xy = 11. \end{cases}$$

Bài 2. (3,0 điểm)

- a) Cho a, b là các số thực không âm, c là số thực dương thỏa mãn đẳng thức:

$$\sqrt{a} - \sqrt{a+b-c} = \sqrt{b} + \sqrt{c}.$$

Chứng minh rằng $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} - \sqrt[3]{c} = \sqrt[3]{a+b-c}$.

- b) Tìm các số nguyên dương a và b sao cho $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{a}}{\sqrt{5} + \sqrt{b}}$ là số hữu tỉ.

Bài 3. (2,5 điểm)

Cho tam giác ABC . Đường tròn (I) nội tiếp tam giác ABC lần lượt tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB tại các điểm D, E, G . Hai đường thẳng DE, DG lần lượt cắt đường phân giác ngoài của góc BAC tại M, N . Hai đường thẳng MG, NE cắt nhau tại điểm P . Chứng minh:

- a) EG song song với MN .
b) Điểm P thuộc đường tròn (I) .

Bài 4. (1,0 điểm)

Bảy lục giác đều được sắp xếp và tô màu bằng hai màu trắng, đen như ở *Hình 1*. Mỗi lần cho phép chọn ra một lục giác đều, đổi màu của lục giác đó và của tất cả các lục giác đều có chung cạnh với lục giác đó (trắng thành đen hoặc đen thành trắng). Chứng minh rằng dù có thực hiện cách làm trên bao nhiêu lần đi nữa, cũng không thể nhận được các lục giác đều được tô màu như ở *Hình 2*.



Hình 1



Hình 2

Bài 5. (1,0 điểm)

Chứng minh rằng tồn tại số nguyên dương $n > 10^{2023}$ sao cho tổng tất cả các số nguyên tố nhỏ hơn n là một số nguyên tố cùng nhau với n .

-----Hết-----

Ghi chú: Học sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh: Số báo danh:

